**十年（**2014**－**2023**）年高考真题分项汇编—不等式**

**目录**

[**题型一：不等式的性质及其应用** 1](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc7254)

[**题型二：解不等式 4**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc10177)

[**题型三：基本不等式 5**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc14635)

[**题型四：简单的线性规划问题 7**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc14635)

[**题型五：不等式的综合问题**](file:///D:\临时处理\刘存德\专题01%20函数及其性质（选填题）（原卷版）.docx#_Toc14635) **34**

# 题型一：不等式的性质及其应用

**一、选择题**

1．(2019·天津·理·第6题) 已知，，，则的大小关系为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**A

解析：，，即，

，所以．

2．(2019·全国Ⅰ·理·第3题) 已知，，，则 (　　)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *A*． | *B*． | *C*． | *D*． |

**【答案】**答案：B

解析：，，，故．

3．(2014高考数学四川理科·第4题) 若，则一定有 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**D

解析：由，又，由不等式性质知：，所以

4．(2018年高考数学课标Ⅲ卷（理）·第12题) 设，，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**B

解析：一方面，，所以

，，所以

所以即，而，所以，所以

综上可知，故选B．

5．(2014高考数学湖南理科·第8题) 某市生产总值连续两年持续增加，第一年的增长率为，第二年的增长率为，则该市这两年生产总值的年平均增长率为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**D

解析：设两年的平均增长率为,则有,故选D．

6．(2017年高考数学山东理科·第7题) 若,且,则下列不等式成立的是 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】** B 【解析】  ,所以选B．

**二、填空题**

1．(2017年高考数学北京理科·第13题)能够说明“设是任意实数．若,则”是假命题的一组整数的值依次为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**(答案不唯一)【解析】出现矛盾,所以验证是假命题．

**三、多选题**

1．(2020年新高考全国Ⅰ卷(山东)·第11题)已知*a*>0，*b*>0，且*a*+*b*=1，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**ABD

解析：对于A，，

当且仅当时，等号成立，故A正确；

对于B，，所以，故B正确；

对于C，，

当且仅当时，等号成立，故C不正确；

对于D，因为，

所以，当且仅当时，等号成立，故D正确； 故选：ABD

2．(2020年新高考全国卷Ⅱ数学(海南)·第12题)已知*a*>0，*b*>0，且*a*+*b*=1，则 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**ABD

解析：对于A，，

当且仅当时，等号成立，故A正确；

对于B，，所以，故B正确；

对于C，，

当且仅当时，等号成立，故C不正确；

对于D，因为，

所以，当且仅当时，等号成立，故D正确；故选：ABD

# 题型二：解不等式

**一、选择题**

1．(2015高考数学北京理科·第7题) 如图，函数的图象为折线，则不等式的解集是 (　　)

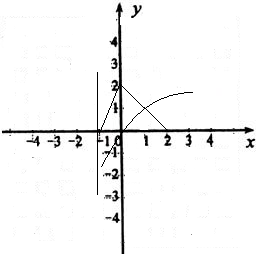
 (　　)

A． B．

C． D．

**【答案】**C

解析：如图所示，把函数的图象向左平移一个单位得到的图象时两图象相交，不等式的解为，用集合表示解集，故选C．



**二、填空题**

1．(2015高考数学江苏文理·第7题)不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：由题意得：，解集为

2．(2017年高考数学上海(文理科)·第7题)不等式的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】** 

【解析】,解集为．

# 题型三：基本不等式

**一、填空题**

1．(2021高考天津·第13题)若，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

**解析：， ，**

**当且仅当且，即时等号成立， 所以的最小值为．**

**故答案：．**

2．(2020天津高考·第14题)已知，且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】4

【解析】，,

，当且仅当=4时取等号，

结合,解得，或时，等号成立．

故答案为：

3．(2020江苏高考·第12题)已知，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】,且

，当且仅当，即时取等号．

的最小值为．故答案为：．

4．(2019·天津·理·第13题)设，则的最小值为 ．

**【答案】**

解析：，

，当且仅当即或时等号成立，因为，所以，故的最小值为．

5．(2019·上海·第7题)若，且，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【答案】**

【解析】法一：，∴；

法二：由，()，求二次最值.

6．(2019·江苏·第10题)在平面直角坐标系中，是曲线上一动点，则点到直线的距离最小值是\_\_\_\_\_\_.

**【答案】**4

【解析】法1：由已知，可设，所以.

当且仅当，即时取等号，故点到直线的距离的最小值为4.

法2：距离最小时，，则，所以,所以最小值为4.

7．(2018年高考数学江苏卷·第13题)在中，角所对的边分别为，，的平分线交于点*D*，且，则的最小值为 ．

**【答案】**9

解析：由题意可知，，由角平分线性质和三角形面积公式得，，化简得，，因此

，当且仅当时取等号，所以的最小值为9．

8．(2018年高考数学天津(理)·第13题)已知，且，则的最小值为 ．

**【答案】**

解析：由，得，所以，当且仅当，即时等号成立，故的最小值为．

9．某公司一年购买某种货物400吨，每次都购买吨，运费为4万元／次，一年的总存储费用为万元，要使一年的总运费与总存储费用之和最小，则 　吨．

**【答案】**20

解：某公司一年购买某种货物400吨，每次都购买吨，则需要购买次，运费为4万元/次，一年的总存储费用为万元，一年的总运费与总存储费用之和为万元，≥160，当即20吨时，一年的总运费与总存储费用之和最小。

10．(2014高考数学上海理科·第5题)若实数满足则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析:

# 题型四：简单的线性规划问题

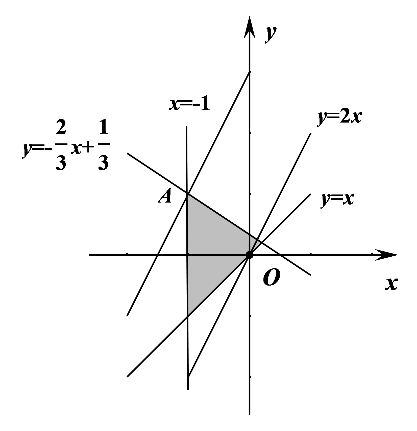
**一、选择题**

1．(2021年高考浙江卷·第5题) 若实数*x*，*y*满足约束条件，则的最小值是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**B

解析:画出满足约束条件的可行域，如下图所示：



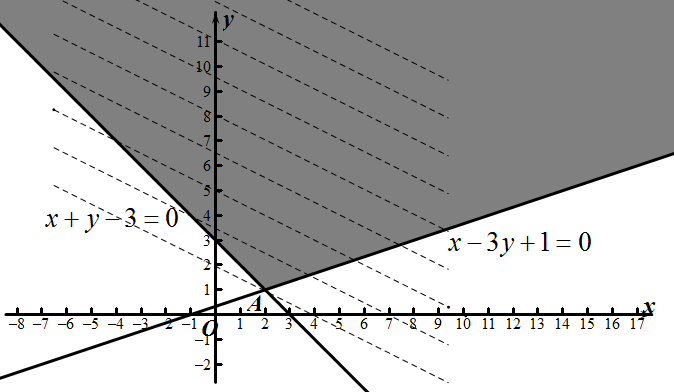
目标函数化为，由，解得，设，当直线过点时，取得最小值为,故选B．

2．(2020年浙江省高考数学试卷·第3题) 若实数*x*，*y*满足约束条件，则*z*=2*x*+*y*的取值范围是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**B

解析：绘制不等式组表示的平面区域如图所示，



目标函数即：，

其中*z*取得最大值时，其几何意义表示直线系在*y*轴上的截距最大，

*z*取得最小值时，其几何意义表示直线系在*y*轴上的截距最小，

据此结合目标函数的几何意义可知目标函数在点*A*处取得最小值，

联立直线方程：，可得点*A*的坐标为：，

据此可知目标函数的最小值为：

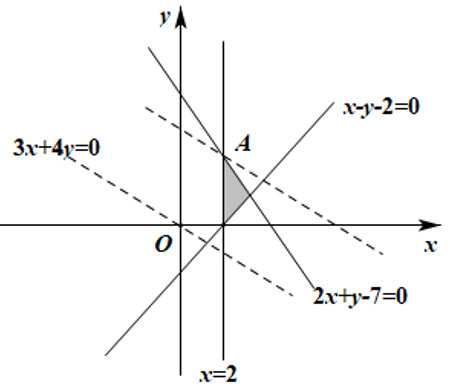
且目标函数没有最大值．故目标函数的取值范围是．故选：B

3．(2022年浙江省高考数学试题·第3题) 若实数*x*，*y*满足约束条件则的最大值是 (　　)

A．20 B．18 C．13 D．6

**【答案】**B

解析:不等式组对应的可行域如图所示：



当动直线过时有最大值．

由可得，故，

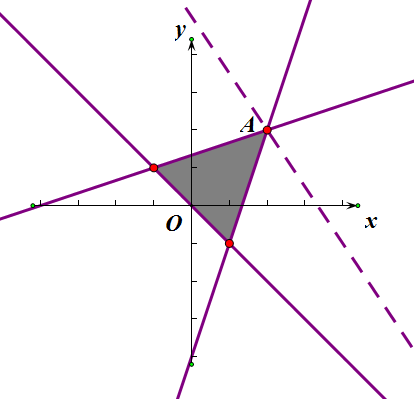
故，故选,B．

4．(2019·浙江·第3题) 若实数，满足约束条件则的最大值是 (　　)

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】根据约束条件画出可行域，如图所示，其中．由得，当直线过时，在轴上的截距最大，所以有最大值为．故选C．



5．(2019·天津·理·第2题) 设变量满足约束条件则目标函数的最大值为 (　　)

A．2 B．3 C．5 D．6

**【答案】**答案：C

解析：作可行域为如图所示的四边形，其中，

则，所以．

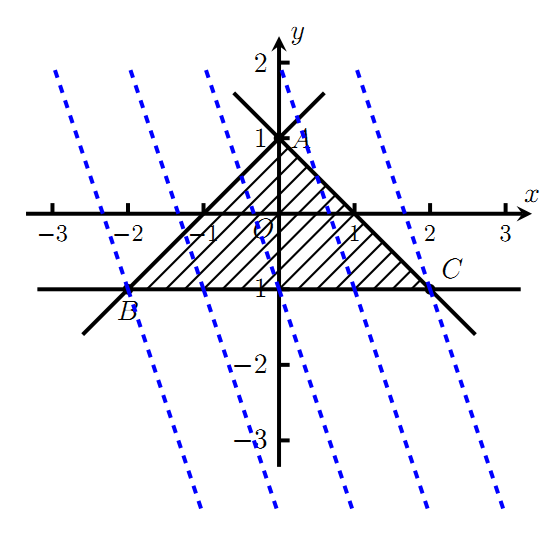


6．(2019·北京·理·第5题) 若*x*，*y*满足，且，则的最大值为 (　　)

A．－7 B．1 C．5 D．7

【答案】C

【解析】由题意可得作出可行域如图阴影部分所示．



设，则，故当直线经过点时，取得最大值5，故选C．

7．(2018年高考数学天津（理）·第2题) 设变量满足约束条件，则目标函数的最大值为 (　　)

A．6 B．19 C．21 D．45

**【答案】**C

解析：作可行域为如图所示的四边形，其中，由，可得，表示斜率为，纵截距为的直线，作直线并平移，当直线经过点时，直线在轴上的截距最大，此时取得最大值，．



8．设变量满足约束条件，则目标函数的最小值为 (　　)

Ａ．2Ｂ．3Ｃ．4Ｄ．9

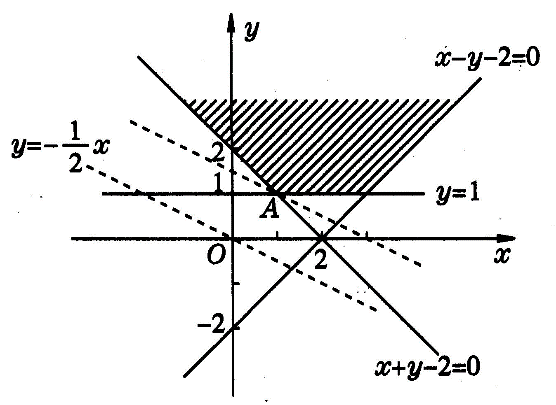
**【答案】**B

解：设变量、满足约束条件在坐标系中画出可行域△ABC，A(2，0)，B(1，1)，C(3，3)，则目标函数的最小值为3，选B．



9．(2014高考数学天津理科·第2题) 设变量满足约束条件则目标函数的最小值为 (　　)

A． B． C． D．

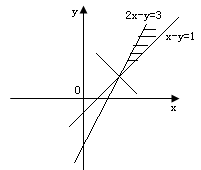
**【答案】**B解析:画出可行域,不难发现在点处目标函数有最小值．故选B．

10．(2014高考数学山东理科·第9题) 已知满足约束条件当目标函数在该约束条件下取到最小值时，的最小值为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**

解析：画出可行域如图所示，由可知当经过与的交点时，，所以．



11．(2014高考数学课标2理科·第9题) 设x,y满足约束条件，则的最大值为 (　　)

A．10 B．8 C．3 D．2

**【答案】**B

解析：画出不等式表示的平面区域，可以平移直线，可得最大值为8．

12．(2014高考数学课标1理科·第9题) 不等式组的解集记为．有下面四个命题:

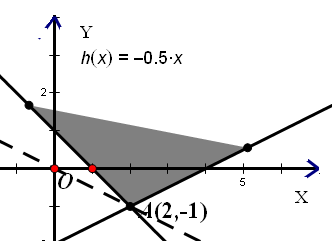
；

；．

其中真命题是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】** C 解析:作出可行域如图:设，即

当直线过时，，∴，∴命题、真命题，选C．

13．(2014高考数学广东理科·第3题) 若变量满足约束条件，且的最大值和最小值分别为和，则 (　　)

A．8 B．7 C．6 D．5

**【答案】**C．

解析：求出三条直线的交点为，故

14．(2014高考数学北京理科·第6题) 若，满足，且的最小值为−4,则的值为 (　　)

A．2 B．−2 C． D．

**【答案】**D

解析：可行域如图所示，当时，知无最小值，当时，目标函数线过可行域内A点时有最小值．联立解得A，



故 ，即．

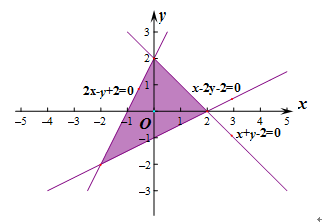
15．(2014高考数学安徽理科·第5题) 满足约束条件若取得最大值的最优解不唯一，则实数的值为 (　　)

A．或 B．或 C．或 D．或

**【答案】**D

解析：线性约束条件下，线性目标函数的最优解一般出现在可行域的边界处，尤其在顶点处．

作出可行域，如图所示，



由题知：目标函数的最优解不唯一，

所以动直线在平移过程中会与直线或直线重合，

从而可求或，故选D．

16．(2015高考数学天津理科·第2题) 设变量满足约束条件，则目标函数的最大值为 (　　)

A．3 B．4 C．18 D．40

**【答案】**C

解析：不等式所表示的平面区域如下图所示，当所表示直线经过点时，有最大值

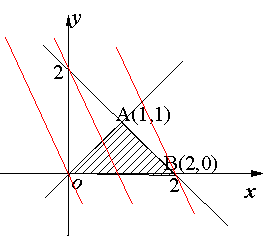


17．(2015高考数学山东理科·第6题)已知满足约束条件，若的最大值为4，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**B

解析：不等式组 在直角坐标系中所表示的平面区域如下图中的阴影部分所示，



若的最大值为4，则最优解可能为 或 ，经检验，是最优解，此时 ；不是最优解．故选B．

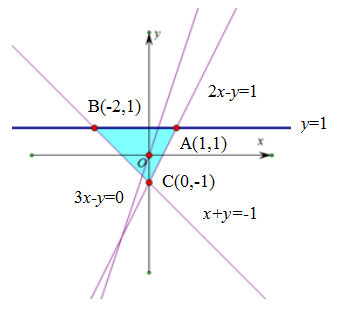
18．(2015高考数学湖南理科·第4题)若变量，满足约束条件，则的最小值为 (　　)

A．-7 B．-1 C．1 D．2

**【答案】**A．

分析：如下图所示，画出线性约束条件所表示的区域，即可行域，作直线：，平移，从

而可知当，时，的最小值是，故选A．



19．(2015高考数学广东理科·第6题)若变量*x*，*y*满足约束条件则的最小值为 (　　)

A．4 B． C．6 D．

**【答案】**B

解析：不等式所表示的可行域如下图所示，

***x***

***y***

***O***

***A***

***l***

由得，依题当目标函数直线经过时，取得最小值即，故选B

20．(2015高考数学福建理科·第5题)若变量满足约束条件则的最小值等于 (　　)

A． B． C． D．2

**【答案】**A



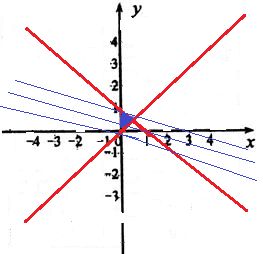
解析：画出可行域，如图所示，目标函数变形为，当最小时，直线的纵截距最大，故将直线经过可行域，尽可能向上移到过点时，取到最小值，最小值为，故选A．

21．(2015高考数学北京理科·第2题)若，满足则的最大值为 (　　)

A．0 B．1 C． D．2

**【答案】**D

解析：如图，先画出可行域，由于，则，令，作直线，在可行域中作平行线，得最优解，此时直线的截距最大，取得最小值2，故选D．

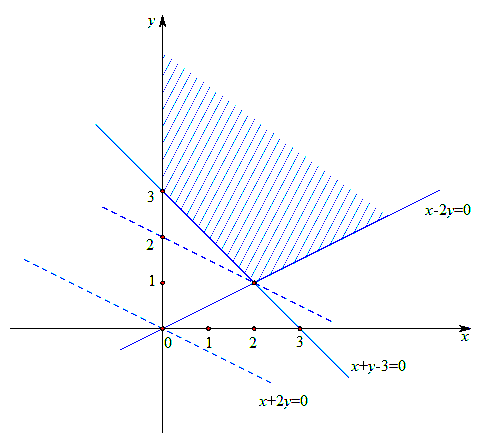


22．(2017年高考数学浙江文理科·第4题)若满足约束条件则的取值范围是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】** D

【解析】由图可知,在点取到的最小值为,没有最大值,故．故选D．

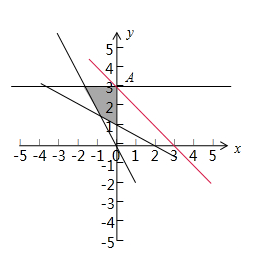


23．(2017年高考数学天津理科·第2题)设变量满足约束条件,则目标函数的最大值为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】** D

【解析】变量满足约束条件的可行域如图,目标函数经过可行域的高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。点时,目标函数取得最大值,由可得,目标函数的最大值为,故选D．



24．(2017年高考数学山东理科·第4题)已知满足学科网 版权所有,则的最大值是 (　　)

A．0 B．2 C．5 D．6

**【答案】** C

【解析】由学科网 版权所有画出可行域及直线学科网 版权所有如图所示,平移学科网 版权所有发现,

*x*

*y*

*O*

-4

-3

-2

-1

1

2

3

4

-4

-3

-2

-1

1

2

3

4

当其经过直线与的交点学科网 版权所有时,学科网 版权所有最大为学科网 版权所有,选C．

25．(2017年高考数学课标Ⅱ卷理科·第5题)设，满足约束条件，则的最小值是 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】** A

【**解析**】**解法一：常规解法**

根据约束条件画出可行域(图中阴影部分), 作直线，平移直线，

将直线平移到点处最小，点的坐标为，将点的坐标代到目标函数，

可得，即．



*y* = -3

2*x*+3*y*-3=0

2*x*-3*y*+3=0



**解法二：直接求法**

对于封闭的可行域，我们可以直接求三条直线的交点，代入目标函数中，三个数种选其最小的

为最小值即可，点的坐标为，点的坐标为，点的坐标为，所求值分

别为﹑﹑，故，．

**解法三：隔板法**

首先 看约束条件方程的斜率

约束条件方程的斜率分别为﹑﹑；

其次 排序

按照坐标系位置排序﹑﹑；

再次 看目标函数的斜率和前的系数

看目标函数的斜率和前的系数分别为﹑；

最后 画初始位置，跳格，找到最小值点

目标函数的斜率在之间，即为初始位置，前的系数为正，则按逆时针旋转，第一格为

最大值点，即，第二个格为最小值点，即，只需解斜率为和这两条线的交点

即可，其实就是点，点的坐标为，将点的坐标代到目标函数，

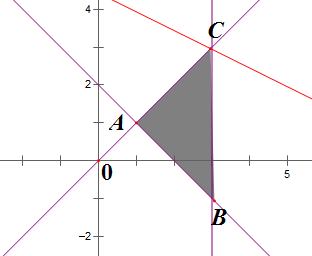
可得，即．

26．(2017年高考数学北京理科·第4题)若满足则的最大值为 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】** D

【解析】如图,画出可行域,



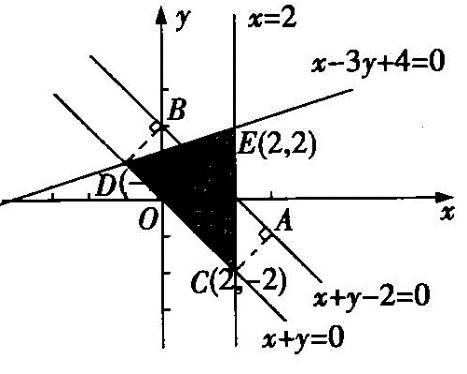
学科网 版权所有表示斜率为学科网 版权所有的一组平行线,当过点学科网 版权所有时,目标函数取得最大值学科网 版权所有,故选D．

27．(2016高考数学浙江理科·第3题)在平面上，过点作直线的垂线所得的垂足称为点在直线上的投影．由区域中的点在直线上的投影构成的线段记为，则 (　　)

A． B． C． D．

**【答案】**C

解析：作出不等式组所表示的平面区域如图中阴影部分所示，过点分别作直线的垂线，垂足分别为，则四边形为矩形，又，所以．故选C．

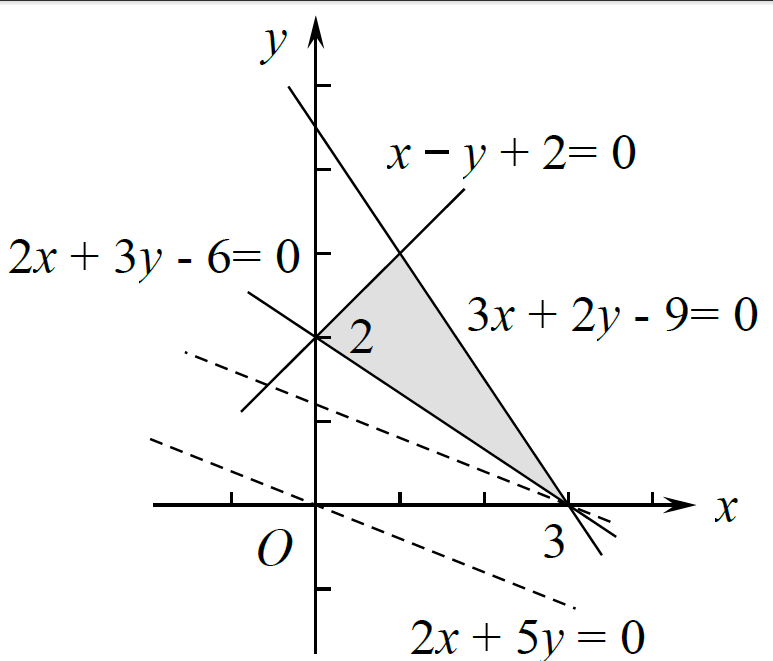


28．(2016高考数学天津理科·第2题)设变量满足约束条件则目标函数的最小值为 (　　)

A． B．6 C．10 D．17

**【答案】**B

解析：可行域如图所示，则当取点时，取得最小值为6



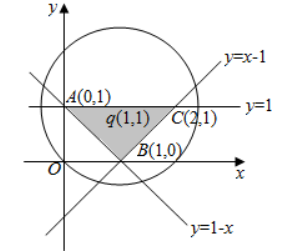
29．(2016高考数学四川理科·第7题)设：实数满足，：实数满足，则是的 (　　)

A．必要不充分条件 B．充分不必要条件

C．充要条件条件 D．既不充分又不必要条件

**【答案】**

【解析】由题意表示以为圆心，为半径的圆的内部，表示图中的三角形的内部



由图知，即且，所以必要不充分．

30．(2016高考数学山东理科·第4题)若变量，满足则的最大值是 (　　)

A．4 B．9 C．10 D．12

**【答案】**C

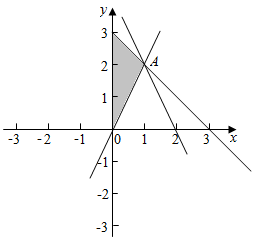
【解析】不等式组表示的可行域是以为顶点的三角形区域,表示点到原点距离的平方,最大值必在顶点处取到,经验证最大值为,故选C．

31．(2016高考数学北京理科·第2题)若满足，则的最大值为 (　　)

A．0 B．3 C．4 D．5

**【答案】**C

解析：可行域如图阴影部分，目标函数平移到虚线处取得最大值，对应的点为，最大值为．

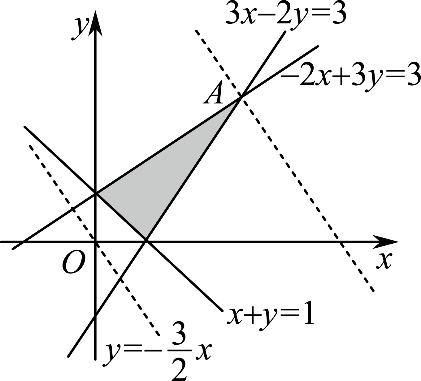


**二、填空题**

1．(2023年全国甲卷理科·第14题)若*x*，*y*满足约束条件，设最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**15

解析：作出可行域，如图，



由图可知，当目标函数过点时，有最大值，

由可得，即,

所以．

故答案：15

2．(2023年全国乙卷理科·第14题)若*x*，*y*满足约束条件，则的最大值为\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**8

解析：作出可行域如下图所示：

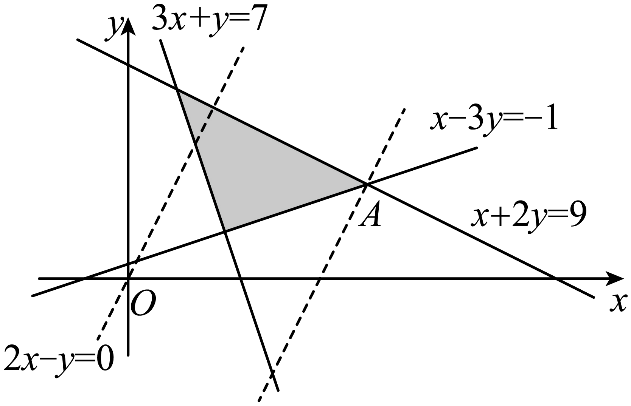
，移项得，

联立有，解得，

设，显然平移直线使其经过点，此时截距最小，则最大，

代入得，

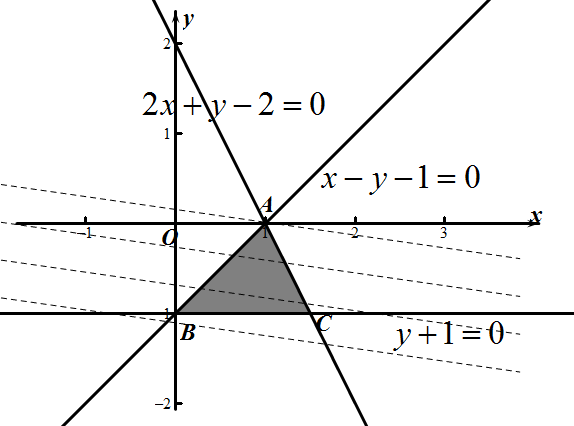
故答案为：8．



3．(2020年高考课标Ⅰ卷理科·第0题)若*x*，*y*满足约束条件则*z*=*x*+7*y*最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**1

【解析】绘制不等式组表示的平面区域如图所示，



目标函数即：，

其中*z*取得最大值时，其几何意义表示直线系在*y*轴上的截距最大，

据此结合目标函数的几何意义可知目标函数在点*A*处取得最大值，

联立直线方程：，可得点*A*的坐标为：，

据此可知目标函数的最大值为：．

故答案为：1．

【点睛】求线性目标函数*z*＝*ax*＋*by*(*ab*≠0)的最值，当*b*＞0时，直线过可行域且在*y*轴上截距最大时，*z*值最大，在*y*轴截距最小时，*z*值最小；当*b*＜0时，直线过可行域且在*y*轴上截距最大时，*z*值最小，在*y*轴上截距最小时，*z*值最大．

4．(2020年高考课标Ⅲ卷理科·第0题)若*x*，*y*满足约束条件 ，则*z*=3*x*+2*y*的最大值为*\_\_\_\_\_\_\_\_\_*．

**【答案】**7

解析：不等式组所表示的可行域如图

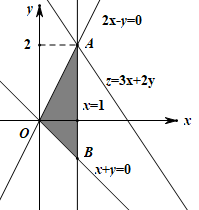
因为，所以，易知截距越大，则越大，

平移直线，当经过*A*点时截距最大，此时z最大，

由，得，，

所以．

故答案为：7．

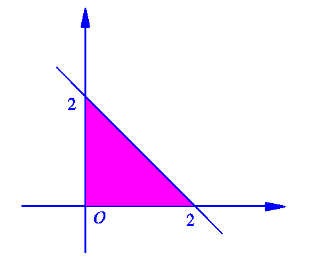


【点晴】本题主要考查简单线性规划的应用，涉及到求线性目标函数的最大值，考查学生数形结合的思想，是一道容易题．

5．(2019·上海·第5题)已知满足，求的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【答案】**

【解析】线性规划作图：后求出边界点代入求最值，当，时，.



**【点评】**本题主要考查线性规划，属于基础题．

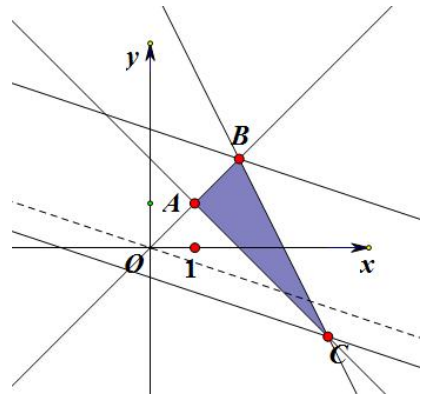
6．(2018年高考数学浙江卷·第12题)若满足约束条件，则的最小值是\_\_\_\_\_\_，最大值是\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**，

解法1：由图可得，当直线过时，；当直线过时，．

解法2：由条件知，构成的可行域为封闭区域，最大值最小值只能在三个顶点处取得，

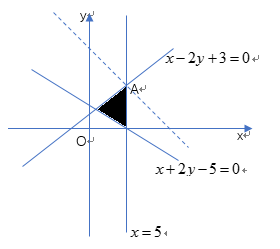
把分别代入，可得，．



7．(2018年高考数学课标Ⅱ卷(理)·第14题)若满足约束条件 则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**9

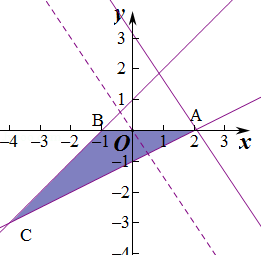
解析：作出可行域，则直线过点时取得最大值9．



8．(2018年高考数学课标卷Ⅰ(理)·第13题)若满足约束条件， 则最大值为 ．

**【答案】**6

解析：作出不等式组对应的平面区域如图



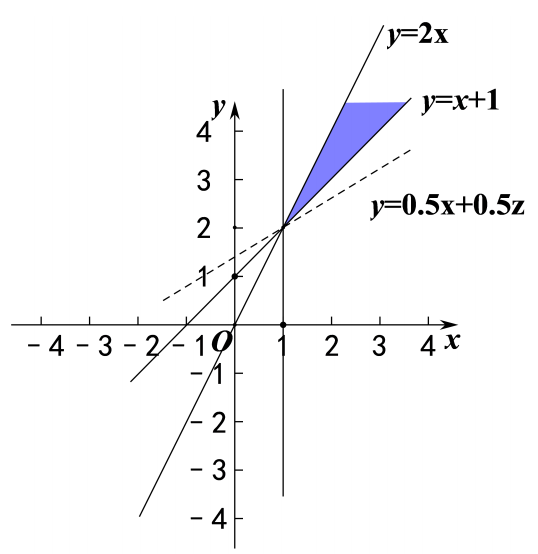
由得，平移直线，由图象知当直线经过点时，直线的截距最大，此时最大，最大值为，故答案为6．

9．(2018年高考数学北京(理)·第12题)若满足，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**3；

解析：解法1：由，得，可行域如图所示

令目标函数，转化为，在点处取得最小值，即最小值为3．



解法2：由，得，

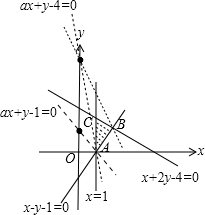
设，则，解得，

所以．即的最小值为3．

10．(2014高考数学浙江理科·第13题)当实数，满足时， 恒成立，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：由约束条件作可行域如图，



联立，解得

联立，解得

在中取得．

要使恒成立，

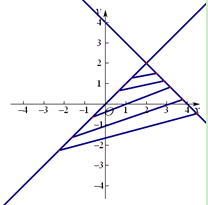
则，解得：，

∴实数a的取值范围是．故答案为：

11．(2014高考数学湖南理科·第14题)若变量满足约束条件,且的最小值为-6,则\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

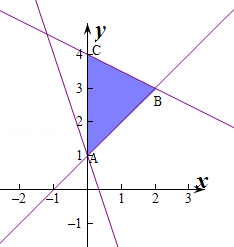
解析:求出约束条件中三条直线的交点为,且的可行域如图,所以,则当为最优解时, ,当为最优解时,, 因为,所以,故填．



12．(2014高考数学福建理科·第11题)若变量满足约束条件，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**1．

解析：作出不等式对应的平面区域如图，



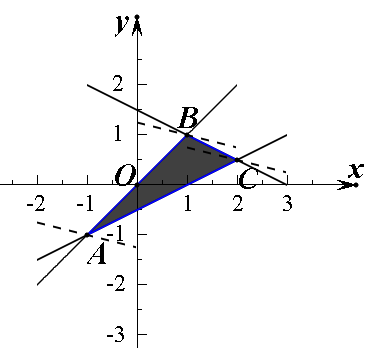
由，得，

平移直线，由图象可知当直线，经过点时，直线的截距最小，此时最小．此时的最小值为，故答案为：1．

13．(2014高考数学大纲理科·第14题)设满足约束条件，则的最大值为 ．

**【答案】**5

解析：根据约束条件作出平面区域，如下图中阴影部分，，由此可知，要使最大，则要求直线的纵截距最大，由图可知，当直线经过点时，直线的纵截距最大，此时取得最大值．



14．(2015高考数学新课标2理科·第14题)若满足约束条件，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**

解析：画出可行域，如图所示，将目标函数变形为，当取到最大时，直线的纵截距最大，故将直线尽可能地向上平移到，则的最大值为．

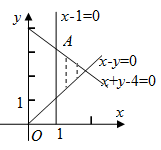
考点：线性规划．



15．(2015高考数学新课标1理科·第15题)若满足约束条件则的最大值为 ．

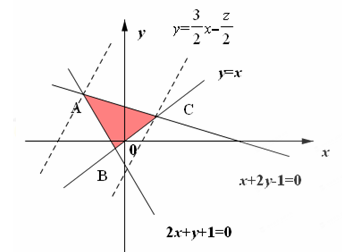
**【答案】**3

解析：作出可行域如图中阴影部分所示，由斜率的意义知，是可行域内一点与原点连线的斜率，由图可知，点A(1,3)与原点连线的斜率最大，故的最大值为3．

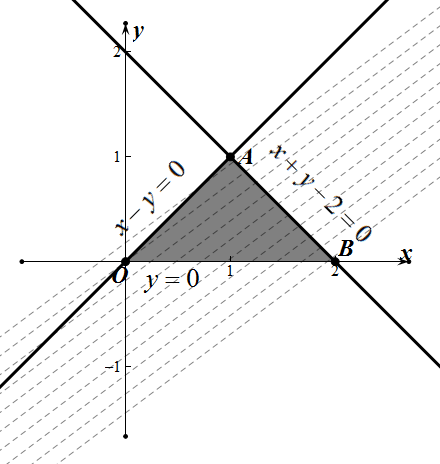


考点：线性规划解法

16．(2017年高考数学新课标Ⅰ卷理科·第14题)设满足约束条件学科网 版权所有,则学科网 版权所有的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】** 【解析】不等式学科网 版权所有组表示的可行域为如图所示  易求得 直线得在轴上的截距越大,就越小 所以,当直线过点时,取得最小值 所以取得最小值为．

17．(2017年高考数学课标Ⅲ卷理科·第13题)若学科网 版权所有,学科网 版权所有满足约束条件学科网 版权所有,则学科网 版权所有的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**学科网 版权所有 【解析】绘制不等式组表示的可行域, 目标函数即:学科网 版权所有,其中学科网 版权所有表示斜率为学科网 版权所有的直线系与可行域有交点时直线的截距值的学科网 版权所有倍,截距最大的时候目标函数取得最小值,数形结合可得目标函数在点学科网 版权所有 处取得最小值学科网 版权所有．  【考点】应用线性规划求最值 【点评】求线性目标函数*z*=*ax*+*by*(*ab*≠0)的最值,当*b*>0时,直线过可行域且在*y*轴上截距最大时,*z*值最大,在*y*轴截距最小时,*z*值最小;当*b*<0时,直线过可行域且在*y*轴上截距最大时,*z*值最小,在*y*轴上截距最小时,*z*值最大．

18．(2016高考数学课标Ⅲ卷理科·第13题)若满足约束条件 ,则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**【答案】**

【解析】作出不等式组满足的平面区域,可知当目标函数经过点时取得最大值,即.









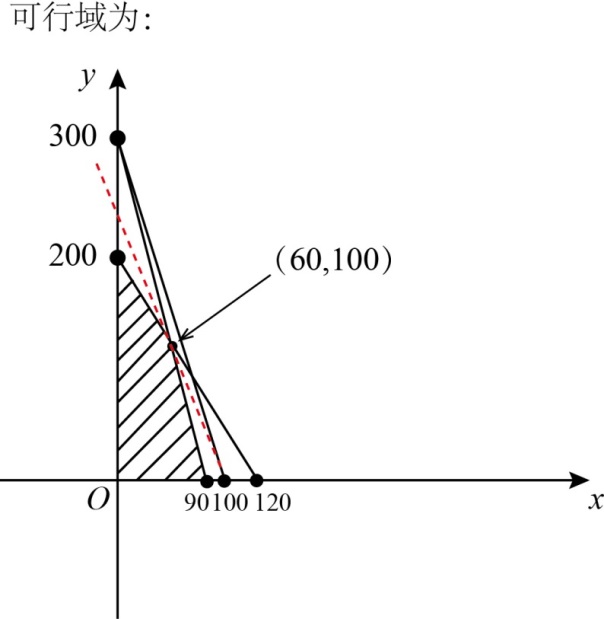


19．(2016高考数学课标Ⅰ卷理科·第16题)某高科技企业生产产品A和产品B需要甲、乙两种新型材料．生产一件产品A需要甲材料，乙材料，用5个工时；生产一件产品B需要甲材料，乙材料，用3个工时，生产一件产品A的利润为2100元，生产一件产品B的利润为900元．该企业现有甲材料，乙材料，则在不超过600个工时的条件下，生产产品A、产品B的利润之和的最大值为 元．

**【答案】**216000．【解析】设生产A产品件，B产品件，根据所耗费的材料要求、工时要求等其他限制条件，构造线性规则约束为

目标函数

作出可行域为图中的四边形，包括边界，顶点为



在处取得最大值，

20．(2016高考数学江苏文理科·第12题)已知实数满足 则的取值范围是 ．

**【答案】**．

解析：在平面直角坐标系中画出可行域如下



为可行域内的点到原点距离的平方．可以看出图中点距离原点最近，此时距离为原点到直线的距离， ，则，图中点距离原点最远，点为与交点，则，则．

# 题型五：不等式的综合问题

**一、选择题**

1．(2020年浙江省高考数学试卷·第9题)已知*a*，*b*R且*ab*≠0，若(*x*–*a*)(*x–b*)(*x–*2*a–b*)≥0在*x*≥0上恒成立，则 (　　)

A．*a*<0 B．*a*>0 C．*b*<0 D．*b*>0

**【答案】**C

解析：因为，所以且，设，则零点

为

当时，则，，要使，必有，且，

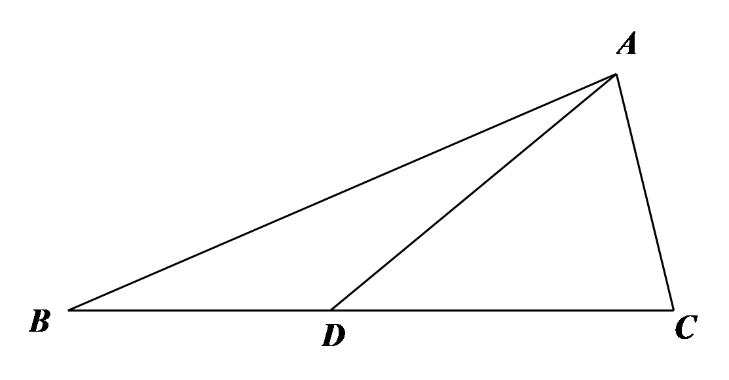
即，且，所以；

当时，则，，要使，必有．

综上一定有． 故选：C

**二、填空题**

1．(2022年高考全国甲卷数学(理)·第16题)已知中，点*D*在边*BC*上，．当取得最小值时，\_\_\_\_\_\_\_\_．



**【答案】**或

【解析】设，

则在中，，

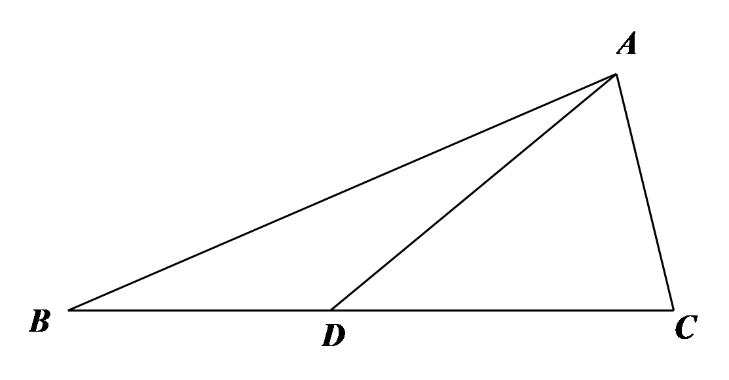
中，，

所以，

当且仅当即时，等号成立，

所以当取最小值时，．

故答案为：．



2．(2014高考数学辽宁理科·第16题)对于，当非零实数a，b满足，且使最大时，的最小值为 ．

**【答案】**-2

解析：∵，∴，

由柯西不等式得，

，

故当|2a+b|最大时，有**，∴**，代入已知得，∴，当时，取得最小值为-2．

类似的，还可以这样构造式子：，所以，剩下的步骤和解析1相同．

解析**2：**∵，∴，

则，

当时，取到等号，即取到最大值，将代入中，解得，下面步骤与解析1步骤一样．

解析**3：**设t=2a+b，则b=t-2a，代入式子中，整理可得

要保证关于a的方程有解，则△=，整理解t，，即，而只有△=0时，等号成立，即使最大，此时，，即，

又，

所以，

当时，上式取得最小值，解得，，所以当 ，，时，的最小值为-2．

解析**4：**∵，∴，设，，则，，代入式子中，所以．当时，等号成立，即，整理得，代入到已知等式中解得，

所以，当时，上式取得最小值，解得，，所以当 ，，时，的最小值

为-2．

解析**5：**令，由已知可得，

所以，设，则

．当且仅当即或(舍)时，等式成立，所以，即时，取到最大值，将代入中，解得，下面步骤与其他解析步骤一样．

3．(2014高考数学福建理科·第13题)要制作一个容积为4，高为的无盖长方体容器，已知该容器的底面造价是每平方造价是每平方米 元，侧面造价是每平方米元，则该容器的最低总造价是\_\_\_\_\_\_．(单位：元)

**【答案】**．

解析：设池底长和宽分别为，，成本为，则∵长方形容器的容器为4m3，高为1m，

故底面面积，，，

故当时，取最小值，即该容器的最低总造价是元，故答案为：．

4．(2015高考数学浙江理科·第14题)若实数满足，则的最小值是 ．

**【答案】**．

解析：表示圆及其内部，易得直线与圆相离，故

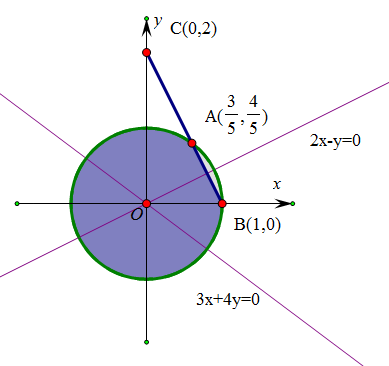
，当时，，

如下图所示，可行域为小的弓形内部，目标函数，则可知当，时，

，当时，，可行域为大的弓形

内部，目标函数，同理可知当，时，，综上所述，

．



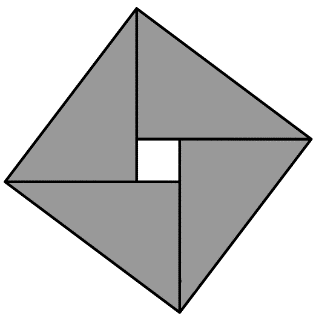
5．(2017年高考数学天津理科·第12题)若,,则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**【答案】** 【解析】因,则,当且仅当且,即时,． 【考点】主要考查不等式知识,考查学生处理复杂问题的能力和灵活利用均值不等式求解析式的最值问题． 【点评】考查不等式知识、降幂的思想、配方法及均值不等式．解决问题的第一步是:不论配方还是使用均值不等式,其目的就是要降幂;第二步是再用均值不等式或用函数单调性求出最小值．本题的求解二次使用了均值不等式,在利用均值不等式求最值时,要注意“一正、二定、三等号”是缺一不可的,否则容易出错．

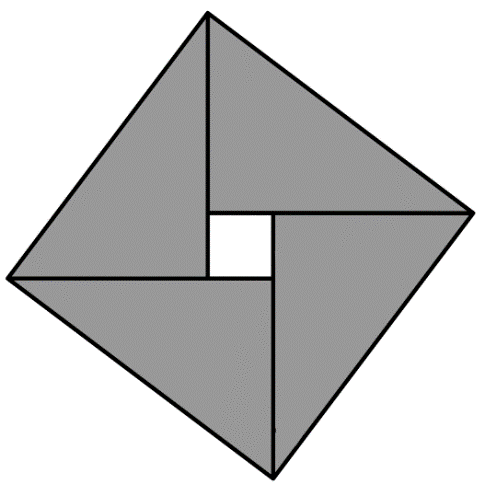
6．(2017年高考数学江苏文理科·第10题)某公司一年购买某种货物600吨,每次购买学科网 版权所有吨,运费为6万元/次,一年的总存储费用为学科网 版权所有万元,要使一年的总运费与总存储之和最小,则学科网 版权所有的值是\_\_\_\_\_\_．

**【答案】**30 解析:总费用学科网 版权所有,当且仅当学科网 版权所有,即学科网 版权所有时等号成立．

7．(2021年高考浙江卷·第11题)我国古代数学家赵爽用弦图给出了勾股定理的证明．弦图是由四个全等的直角三角形和中间的一个小正方形拼成的一个大正方形(如图所示)．若直角三角形直角边的长分别是3，4，记大正方形的面积为，小正方形的面积为，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



**【答案】**25



解析:由题意可得，大正方形的边长为：，则其面积为：，小正方形的面积：，从而,故答案为25．